**Productos notables y Factorización**

Productos notables

Los productos notables son **productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección**, es decir, sin verificar la multiplicación. Estas operaciones son fáciles de recordar sin necesidad de efectuar la multiplicación correspondiente.

Factorización

factorizar es convertir una expresión en productos más simples

ejemplo: 4x2 + 9x + 5 = (4x + 5)(x + 1)

**1. Binomio cuadrado de la Suma y de la Diferencia (Binomio al cuadrado****)**

El cuadrado de la suma o de la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, más o menos dos veces la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad. El desarrollo del binomio cuadrado toma el nombre de trinomio cuadrado perfecto.

**(a + b)2 = (a + b)(a + b) = a2 + 2ab + b2**

**(a - b)2 = (a - b)(a - b) = a2  - 2ab + b2**

**Se presentan 4 ejemplos de desarrollo de binomio cuadrado**

**1) (x + 5)2** = (x + 5)(x + 5) = x2 + 2(x)(5) + 52 = x2 + 10x + 25

**2) (m - 4)2** = (m - 4)(m - 4) = m2 - 2(m)(4) + 42 = m2 – 8m + 16

**3) (2x + 5)2** = (2x + 5)(2x + 5) = (2x)2 + 2(2x)(5) + 52 = 4x2 + 20x + 25

**4) (3y -3z )2** = (3y – 3z)(3y – 3z) = (3y)2 - 2(3y)(3z) + (3z)2 = 9y2 – 18yz + 9z2

**1) factorice: x2 + 20x + 100**

Producto primeros términos: x2 = (x)(x)

Suma segundos términos: 20x = 10x + 10x

Productos segundos términos: 100 = (10)(10)

**Agrupar los término:** (x)(x) + (10x + 10x) + (10)(10) = x2 + 2(10)x + 10)2

**aplicar producto notable: (**x + 10)(x + 10) = **(x + 10)2**

**2) factorice: 49a4 + 70a2x3 + 25x6**

49a4 = (7a2)(7a2)

70a2x3 = 35a2x3 + 35a2x3

25x6 = (5x3)(5x3)

**Agrupar los término:** (7a2)(7a2) + (35a2x3 + 35a2x3) + (5x3)(5x3) = (7a2)2 + 2(35a2)x3 + (5x3)2

**aplicar producto notable:** **(**7a2 **+** 5x3**)**(7a2 **+** 5x3**) = (7a2 + 5x3)2**

**3) factorice: a4 – 2a2x2 + x4**

a4 = a2a2

-2a2x2 = - a2x2 - a2x2

x4 = x2x2

**Agrupar los término:** a2a2 - a2x2 - a2x2 + x2x2 = (a2)2 - 2a2x2 + (x2)2

**aplicar producto notable: (**a2 **-** x2**)**(a2 **-** x2**) = (a2 - x2)2**

**4) Desarrolle y factorice (3a – 2b)(3a – 2b)**

(3a – 2b)(3a – 2b) = 9a2 – 6ab– 6ba + 4b2

(3a – 2b)(3a – 2b) = (3a)2 – 2(6ab) + (2b)2….. Aplicando el producto notable tenemos:

Respuesta: (3a – 2b)(3a – 2b) = **(3a - 2b)2**

**2. Suma por la diferencia (diferencia de cuadrados o binomios conjugados)**

La suma de la diferencia de dos cantidades es igual a la diferencia de sus cuadrados

**a2- b2 = (a + b)(a – b)**

**Se presentan 4 ejemplos de desarrollo de diferencia de cuadrado**

**1) x2 – 52** = (x + 5)(x – 5) = **x2 - 25**

**2) (2x)2 – 32** = (2x + 3)(2x – 3) = **4x2 - 9**

**3) 22 – x2** = (2 – x)(2 + x) = **4 – x2**

**4) (2x2)2 – (y3)2** = (2x2 + y3)(2x2 – y3) = **4x4 – y6**

**1) Desarrolle y factorice (x + 1)(x – 1)**

(x + 1)(x – 1) = x2 – x + x - (1)2… simplificar términos yAplicar producto notable

Respuesta: (x + 1)(x – 1) **= x2 – 12**

**2) Desarrolle y factorice (5a+3a2)(3a2-5a)**

(5a+3a2)(3a2-5a) = (3a2 + 5a)( 3a2 – 5a)

Cuadrado del minuendo: (3a2)2 = 9a4

Menos el cuadrado del sustraendo: -(5a)2 = -25a2  ….aplicando producto notable

Respuesta: (3a2 + 5a)( 3a2 – 5a) **=** 9a4 – 25a2 ó **(3a2)2 - (5a)2**

**3) Desarrolle y factorice** (3a + 2b)(3a – 2b)

(3a + 2b)(3a – 2b) = 9a2 – 6ab+ 6ba - 4b2 … Reducir términos y aplicar producto notable

Respuesta: (3a + 2b)(3a – 2b) = 9a2 – 4b2 ó **(3a)2 – (2b)2**

**4) Desarrolle y factorice (2a + 2)(2a - 2)**

(2a + 2)(2a - 2) = **(**2a)2 - 4a + 4a - 22 …. Reducir términos

(2a + 2)(2a - 2) **=** 4a2 - 4 …. aplicar producto notable

Respuesta: (2a + 2)(a - 2) **=** 4a2 – 4 ó **(2a)2 - 22**

**3. Multiplicación de binomios con término común o con tres cantidades diferentes**

El producto de dos binomios con un término común es igual al cuadrado del término común, más la suma algebraica de los términos no comunes por el término común, más el producto de los términos no comunes. se presentan tres casos:

**(x +/- a)(x +/- b) = x2 +/- (a + b)x + ab,**

**(x +/- a)(x -/+ b) = x2 +/- (a - b)x – ab**

**Se presentan 4 ejemplos de desarrollo de diferencia de cuadrado**

**1) (x + 7)(x + 9)** = (x)(x) + (7 + 9)x + (7)(9) = **x2 + 16x + 63**

**2) (x – 1)(x – 2)** = (x)(x) – (1 +2)x + (1)(2) = **x2 – 3x + 2**

**3) (a3 + 13)(a3 – 8)** = (a3)(a3) + (13 – 8)a3 – (13)(8) = **a6 + 5a3 - 104**

**4) (x – 8)(x + 4)** = (x)(x) - (8 - 4)x - (8)(4) = **x2 – 4x - 32**

**1)** **factorice: x2 + 9x + 14**

Producto de los primeros términos de los binomios: x2 = (x)(x)

Suma algebraica de los segundos términos por el primer término: 9x = (7 + 2)x

Producto de los segundos términos de los binomios: 14 = (7)(2) …. Agrupar los términos

**x2 + 9x + 14 =** (x)(x) + (7 + 2)x + (7)(2) … aplicar producto notable

Respuesta: x2 + 9x + 14 **= (x + 7)(x + 2)**

**2) factorice: x2 -15x + 50**

x2 = (x)(x) ; -15x = - (10 + 5)x ; 50 = (-10)(- 5)

Agrupar los términos y aplicar producto notable

Respuesta: x2 - 15x + 50 **=** (x)(x) - (10 + 5)x + (-10)(-5) = **(x - 10)(x - 5)**

**3) factorice: x2 + 3x -18**

x2 = (x)(x) ; 3x = (6 - 3)x ; - 18 = (6)(- 3)

Agrupar los términos y aplicar producto notable

Respuesta: x2 + 3x -18 **=** (x)(x) + (6 - 3)x + (6)(-3) = **(x + 6)(x - 3)**

**4) factorice a2 – 4a - 32**

a2 = (a)(a) ; - 4a = (-8 + 4)a ; -32 = (- 8)(4)

Agrupar los términos y aplicar producto notable

Respuesta:  **a2 - 4a - 32 =** (a)(a) + (-8 + 4)a + (-8)(4) = **(a - 8)(a + 4)**

**4. Binomio al cubo o cubo de la suma y de la diferencia de dos cantidades,**

El cubo de la suma o de la diferencia de dos cantidades es igual al cubo del primer término más o menos 3 por el cuadrado primera cantidad por la segunda, más 3 seguido del primero por el cuadrado del segundo, más o menos el cubo del segundo.

**(a + b)3 =** **a3 + 3a2b + 3ab2 + b3**

**(a - b)3 = a3 - 3a2b + 3ab2 - b3**

**Ejemplo: desarrolle el siguiente binomio: (3 +/- y2)3**

Cubo del primer término: 33 =27

Más/menos el triple del cuadrado del primero por el segundo: +/- 3(3)2y2 = +/- 27y2

Triple del primero por el cuadrado del segundo: 3(3)(y2)2 = 9y4

Más/menos el cubo del segundo término: +/-(y2)3 = +/- y6

**(3 +/- y2)3 = (**3)3 +/- 3(3)2y2 + 3(3)(y2)2 +/- (y2)3 = **27 +/- 27y2 + 9y4 +/- y6**

**Se presentan 4 ejemplos de desarrollo de suma y diferencia de binomios al cubo**

**1) (a + 2)3** = (a)3 + 3(a2)2 + 3(a)(22) + (2)3 = a3 + 6a2 + 12a + 8

**2) (x - 2)3** = (x)3 - 3(x2)2 + 3(x)(22) - (2)3 = x3 - 6x2 + 12x - 8

**3) (2a + 2)3**= (2a)3 + 3(4a2)2 + 3(2a)(22) + (2)3 = 8a3+ 24a2+ 24a + 8

**4) (a2 - 2b)3** = (a2)3 - 3(a4)2b + 3(a2)(4b2) - (2b)3 = a6 – 6a4b + 12a2b2 – 8b3

**1) factorice:** **x3 + 15x2 + 75x + 125**

Cubo del primer término: x3 =x3

Más el triple del cuadrado del primero por el segundo: + 3(x)25 = + 15x2

Más el triple del primero por el cuadrado del segundo: + 3(x)(52)= + 75x

Más el cubo del segundo término: + 53 = + 125

Agrupando los términos y aplicando producto notable tenemos:

Respuesta: **x3 + 15x2 + 75x + 125 =** x3 + 3(x)25 + 3(x)(52) + 53 **= (x + 5)3**

**2) factorice:** **x3 - 6x2 + 12x - 8**

x3 = x3 ; - 3(x)22 = - 6x2 ; + 3(x)(22) = + 12x ; - 23 = - 4

Agrupando los términos y aplicando producto notable tenemos:

Respuesta: **x3 - 6x2 + 12x - 8=** x3 - 3(x)22 + 3(x)(22)- 23 **= (x - 2)3**

**3) factorice: x3 - 15x2 + 75x - 125**

x3 =x3 ; - 3(x)25 = - 15x2 ; + 3(x)(52)= + 75x ; -53 = - 125

Agrupando los términos y aplicando producto notable tenemos:

Respuesta: **x3 - 15x2 + 75x - 125 =** x3 - 3(x)25 + 3(x)(52) - 53 **= (x - 5)3**

**4) factorice:** **27x3 + 108x2 + 144x + 64**

(3x)3 =27x3 ; + 3(3x)24 = + 108x2 ; + 3(3x)(42)= + 144x ; + 43 = + 64

Agrupando los términos y aplicando producto notable tenemos:

Respuesta: **27x3 + 108x2 + 144x + 64 = (3**x)3 + 3(3x)24 + 3(3x)(42) + 43 **= (3x + 4)3**

**5. Suma y diferencia de Cubo perfecto**

La suma de dos cubos perfectos se descompone en dos factores, el primero es la suma de sus raíces cúbicas, y el segundo se compone de el cuadrado de la primera raíz menos el producto de ambas raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

**a3 + b3 = (a + b )(a2 - ab + b2)**

**a3 – b3 = (a - b )(a2 + ab + b2)**

**Se presentan 4 ejemplos de desarrollo de suma y diferencia de cubos perfectos**

**1)** **Desarrolle: x3 + 53** = (x + 5)(x2 - 5x + 52) = (x + 5)(x2 - 5x + 25)

= x3 - 5x2 + 25x +5x2 – 25x + 125

Respuesta: **x3 + 53 =** **x3 +125**

**2) Desarrolle: (3x2)3 + (2)3 =** (3x2 + 2)((3x2)2 - (3x2)(2) + 22)

= (3x2 + 2)(9x4 - 6x2  + 4)

= 27x6 – 18x4 + 12x2 + 18x4 – 12x2 + 8

Respuesta: (3x2)3 + (2)3 = **27x6 + 8**

**3) Desarrolle: (3a)3 – (2b)3** = (3a – 2b)((3a)2 + (3a)(2b) + (2b)2)

= (3a – 2b)(9a2 + 6ab + 4b2

= (27a3 + 18a2b + 12ab2 - 18a2b - 12ab2 + 8b3

Respuesta: **(3a)3 – (2b)3** = **27a3 + 8b3**

**4) Desarrolle:** x3 - 43 = (x - 4)(x2 + 4x + 42)

= (x - 4)(x2 + 4x + 16)

= x3 + 4x2 + 16x - 4x2 – 16x - 64

Respuesta: x3 + 43 = **x3 - 64**

**1) factorice:**  x3 - 125

x3 = (x)(x2) y - 125 = (-5)(52)

Agrupando los términos y aplicando producto notable tenemos:

Respuesta: x3 -125= (x - 5)(x2 + 5x + 25) = **x3 - 53**

**2) factorice:**  x3 + 125

x3 = (x)(x2) y + 125 = + (5)(52)

Agrupando los términos y aplicando producto notable tenemos:

Respuesta: x3 +125= (x + 5)(x2 - 5x + 25) = **x3 + 53**

**3) factorice:** **8x3 – 1**

8x3 = (2x)(2x)2 y - 13 = -1

Agrupando los términos y aplicando producto notable tenemos

Respuesta: **8x3 – 1** = (2x - 1)((2x)2 + 2x + 1) = (2**x)3 - 1**

**4) factorice:** **x6 + 1**

x6 = (x2)(x2)2 y + 13 = +1

Agrupando los términos y aplicando producto notable tenemos

Respuesta: **x6 + 1** = (x2 + 1)((x2)2 – x2 + 1) = (**x2)3 + 1**